Roll No.								

24214-MN

B.Sc. II SEMESTER [MAIN/ATKT] EXAMINATION
JUNE - JULY 2024

MATHEMATICS
[Algebra, Vector Analysis and Geometry]
[Minor Subject]

[Max. Marks : 60] *[Time : 3:00 Hrs.]*

Note : All THREE Sections are compulsory. Student should not write any thing on question paper.
नोट : सभी तीन खण्ड अनिवार्य हैं। विद्यार्थी प्रश्न–पत्र पर कुछ न लिखें।

[Section - A]

This Section contains **Multiple Choice Questions**. Each question carries **1 Mark**. All questions are compulsory.
इस खण्ड में **बहुविकल्पीय प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न **1 अंक** का है। सभी प्रश्न अनिवार्य है।

Q. 01 Rank of the matrix A
आव्यूह A की जाति है

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

a) 1 **b)** 2

c) 3 **d)** None of these
उपरोक्त में से कोई नहीं

Q. 02 Eigen values of matrix A are
आव्यूह A के आइगेन मान है

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

a) 1, 5 **b)** –1, –5

c) –1, 5 **d)** 1, –5

Q. 03 If $\vec{F} = 3y^4z^2\hat{i} + 4x^3z^2\hat{j} + 3x^2y^2\hat{k}$ then div $\vec{F}$ is
यदि $\vec{F} = 3y^4z^2\hat{i} + 4x^3z^2\hat{j} + 3x^2y^2\hat{k}$ तब div $\vec{F}$ है

a) 0 **b)** 3

c) 4 **d)** 10

P.T.O.

Q. 04 If V is the volume bounded by the surface S and $\vec{F} = xi + 2yj + 3zk$ then the value of $\iint_S \vec{F} \cdot \hat{n}\, ds$ is

यदि V सतह S द्वारा परिबद्ध आयतन है और $\vec{F} = xi + 2yj + 3zk$ तब $\iint_S \vec{F} \cdot \hat{n}\, ds$ का मान है

a) V **b)** 2V

c) 3V **d)** 6V

Q. 05 The general equation of 2^{nd} degree $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ represents an ellipse if $\Delta \neq 0$ and ?

द्वितीय घात का व्यापक समीकरण $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ एक दीर्घवृत्त को निरूपित करता है यदि $\Delta \neq 0$ और ?

a) $h^2 = ab$ **b)** $h^2 > ab$

c) $h^2 < ab$ **d)** $h = ab$

[Section - B]

This Section contains **Short Answer Type Questions.** Attempt **any five** questions in this section in 200 words each. Each question carries 7 **Marks**.

इस खण्ड में **लघुउत्तरीय प्रश्न** हैं। इस खण्ड में **किन्हीं पांच** प्रश्नों को हल करें। प्रत्येक उत्तर 200 शब्दों में लिखें। प्रत्येक प्रश्न 7 **अंक** का है।

Q. 01 Find all eigen values and eigen vectors of the matrix

आव्यूह

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

के समस्त आइगेन मान एवं आइगेन सदिश ज्ञात कीजिये।

Q. 02 State and prove Cayley's Hamilton theorem.

कैली हैमिल्टन प्रमेय को लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।

Q. 03 Solve by matrix method -

आव्यूह विधि से हल कीजिये –

$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 9$

$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6$

$3x_1 + x_2 + 2x_3 = 8$

Cont. . .

Q. 04 If $\vec{a}'$, $\vec{b}'$,$\vec{c}'$ are the reciprocal vectors of vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ respectively then prove that

$\bar{a}' \times \bar{b}' + \bar{b}' \times \bar{c}' + \bar{c}' \times \bar{a}' = \dfrac{\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}}{[\bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c}]}$ where $[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}] \neq 0$

यदि $\vec{a}'$, $\vec{b}'$,$\vec{c}'$ क्रमशः $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ के व्युत्क्रम सदिश है तब सिद्ध कीजिये

$\bar{a}' \times \bar{b}' + \bar{b}' \times \bar{c}' + \bar{c}' \times \bar{a}' = \dfrac{\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}}{[\bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c}]}$ जहां $[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}] \neq 0$

Q. 05 Find the directional derivative of $\phi = 3x^2 y z - 4 y^2 z^3$ in the direction of the vector $3i - 4j + 2k$ at the point (2, -1, 3)

फलन $\phi = 3x^2 y z - 4 y^2 z^3$ का दिशीय अवकलज बिन्दु (2, -1, 3) पर सदिश $3i - 4j + 2k$ की दिशा में ज्ञात कीजिये।

Q. 06 Evaluate $\iint_S \vec{F}.\hat{n}\, ds$ with the help of Gauss's divergence theorem for $\vec{F} = 4x\hat{i} - 2y^2\hat{j} + z^2\hat{k}$ taken over the region S bounded by $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$ and $z = 3$

गॉस डाइवर्जेंस प्रमेय के उपयोग से $\iint_S \vec{F}.\hat{n}\, ds$ का मान ज्ञात कीजिये जहाँ $\vec{F} = 4x\hat{i} - 2y^2\hat{j} + z^2\hat{k}$, $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$ और $z = 3$ से परिबद्ध क्षेत्र S पर लिया गया है।

Q. 07 Identify the conic $x^2 - 10xy + y^2 + 2x - 10y - 11 = 0$ and find its center.

शांकव $x^2 - 10xy + y^2 + 2x - 10y - 11 = 0$ को पहचानिये एवं उसका केन्द्र ज्ञात कीजिये।

Q. 08 Prove that the equation $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ represents a cone if $\dfrac{u^2}{a} + \dfrac{v^2}{b} + \dfrac{w^2}{c} = d$

सिद्ध कीजिये समीकरण $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ एक शंकु निरूपित करता है यदि $\dfrac{u^2}{a} + \dfrac{v^2}{b} + \dfrac{w^2}{c} = d$

[Section - C]

This section contains **Essay Type Questions**. Attempt **any two** questions in this section in 500 words each. Each question carries **10 marks**.

इस खण्ड में **दीर्घउत्तरीय प्रश्न** हैं। इस खण्ड में **किन्हीं दो** प्रश्नों को हल करें। प्रत्येक उत्तर 500 शब्दों में लिखें। प्रत्येक प्रश्न **10 अंकों** का है।

Q. 09 Reduce the following matrix in the normal form and find its rank -

निम्न आव्यूह A को प्रसामान्य रूप में रूपांतरित करें और इसकी जाति ज्ञात कीजिये–

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

P.T.O.

Q. 10 Prove that सिद्ध कीजिये –

curl $(\vec{A} \times \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{A} - (\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{B} + \vec{A}\,\text{div}\,\vec{B} - \vec{B}\,\text{div}\,\vec{A}$

Q. 11 Verify Green's theorem in plane for $\oint_C [(xy + y^2)\,dx + x^2\,dy]$ where C is the closed curve of the region bounded by $y = x$ and $y = x^2$

समतल में $\oint_C [(xy + y^2)\,dx + x^2\,dy]$ के लिये ग्रीन के प्रमेय को सत्यापित कीजिये जहाँ C , $y = x$ और $y = x^2$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र के लिये संवृत्त वक्र है।

Q. 12 Trace the parabola $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$ and find the co-ordinates of its focus and equation to its directrix.

परवलय $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$ का अनुरेखण कीजिये और इसके फोकस के निर्देशांक तथा नियता के समीकरण को ज्ञात कीजिये।

_____o_____